適応的なリスク選択行動のエージェントシミュレーション
An agent simulation on adaptive risk choice behavior

岡田 勇[*], 山本 仁志[†]
Isamu Okada & Hitoshi Yamamoto

このファイルは草稿です。最終バージョンは、「岡田勇, 山本仁志「適応的なリスク選択行動のエージェントシミュレーション」, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol.J94-D,No.11,pp.1847-1854,2011(11)」を参照してください。

概要

異なるリスクを持つ複数の代替案に直面した時，どの程度のリスクを選ぶべきだろうか．本稿ではこのようなリスク選択行動における適応過程を議論する．はじめにリスク選択ゲームを定義した．リスクの度合いが異なる無数のくじをα-くじとして定義し，複数のくじを順次的にプレイするケースを想定する．さらにゲームの結果，どのリスク選択行動が優位であるかを議論するために，総取り型という方法で結果を評価することにした．このようなゲームの厳密な定義によって，リスク選択行動において考慮すべき主要な課題を明確化することができた．エージェントシミュレーションで分析した結果，適応的なリスク選択行動を発見した．それによると，適応的なリスク選択戦略として大きく２つのタイプが存在し，それぞれ秩序形成型戦略と最終適応型戦略と名付けることができる．これらの戦略のタイプは，生態学や経営学，社会学が対象とする広範な現象において，いくつかの理論仮説を提供しうるため，本研究によって，汎用的なリスク選択行動の進化を説明する基本的な枠組みを提示することができたと考えられる．

1　はじめに

リスクの度合いを自由に選べるとしたら，どのようなリスクを選ぶことが競争上有利になるのだろうか．このような問題設定は，経営学，進化生物学，社会学，政治学そして経済学に幅広い適用領域を持っている．[6] [7] は状況依存的なリスク選好に対する先駆的な分析を行い，特定のリスク選好が適応的であり，それはプロスペクト理論と整合的であることを示した．しかし彼らはリスク選択行動に関する厳密な定式化をしていないため，分析が限定的で，行動経済学に対して新たな理論仮説を提示するまでには至っていない．我々は本論文で，リスク選択行動の戦略に対する厳密な定式化を行い，エージェントシミュレーションによる分析を行う．これらによって，冒頭の問いに対する豊富な知見や理論仮説を提供することができると考える．

我々は，αくじという，リスクの程度の異質性を無限に定義可能なリスク選択ゲームを用いる．戦略の並べ方を工夫することによって，順次性を有するリスク選択行動の全戦略を対象としうる記法を開発する．この工夫によって，２次までの順次性を有するリスク選択戦略については，厳密な数理解析を行うことができる．さらに３次の順次性を有するリスク選択戦略に対応するため，エージェントモデルを構築し，シミュレーションを行った．その結果，他と比べて優位性を持つ適応的なリスク選択戦略の特徴を抽出することに成功し，それ

[*] 創価大学 経営学部
[†] 立正大学 経営学部

らの中で特筆すべき戦略のタイプを秩序形成型戦略と最終適応型戦略と名付けた．これらの知見は，現実の様々な事例や行動経済学が開発した理論に対して新たな仮説を提供しうるはずであり，本研究によって，汎用的なリスク選択行動の進化を説明する基本的な枠組みを提示できたと考えられる．

２節において，我々はリスク選択行動に関する先行研究をサーベイし，我々の研究の焦点を明らかにする．３節においてリスク選択ゲームの定義を厳密に述べる．この手続きによって扱うべき対象が明確になる．４節において，エージェントシミュレーションを行い適応的なリスク選択行動を明らかにする．５節において，その結果を議論し，６節でまとめる．

2 リスク選択行動の先行研究と研究の目的

リスク選択は今日において重要な研究テーマである．人々は常にリスクテイキングの機会に直面している．しかし，リスク選択研究の多くは実証的である．そこでは，リスク行動の存在や特徴が，実験的に，あるいは，質問紙調査によって明らかになっており，その結果として人間行動の非合理性（期待効用仮説からの逸脱）が強調され，プロスペクト理論 [2] や要求水準によるバイアス [1]，ゼロコスト製品効果 [8]，後悔最小理論 [9] などが開発されてきた．しかし，これらの議論は，行動特性の記述に焦点を当てたものであり，なぜそのようなリスク行動をするのかといったメカニズムを説明するものではない．経済学でも，リスク行動と既存の合理的モデルと整合させるための試みがなされている [4] [5] が，実証研究と同様，メカニズムについては説明していない．

リスク選択行動は今日的なテーマであるが，なぜそのようなリスク選択行動が観察されるのかを理論的に分析するような研究は少ない．その中で，[6] [7] は適応的なリスク選択行動のシミュレーションによって一つの説明を試みている．彼らは，順次性を持つリスク選択行動で，結果に対して総取り（当該論文ではトーナメントと表記しているが，本論文では総取りと表記する）であるような場合は，特定のリスク選択行動が適応的であることを述べている．ここで，順次的であるとは，時間軸上に選択すべきゲームが点在し，それぞれのゲームの選択結果は，次のゲームの開始前に知ることができるため，それを踏まえて次のゲームに対する戦略が立案可能であるという性質であり，総取りとは，２主体で行われるゲームの結果，利得の大きい主体が，全ての果実を受け取ることができるという意味である．[6] [7] は，そのような問題の極めて単純化されたシミュレーション分析を行い，プロスペクト理論と整合する知見を導出することに成功した．

しかし，[6] [7] は厳密な定式化を行っていないため，一部のリスク選択行動のみしか分析できていない．この点を明らかにするために，彼らの方法論的限界について，ここで議論しておく必要があるだろう．その一つは，彼らのモデルが，後述するところの２次の順次性までしか扱っておらず，３次以上の分析は困難であるとして行っていない点にある．しかし，我々の定式化によれば，２次の順次性は，定式化の工夫によって，数学的に完全に解析可能である．その結果，２次の順次性は最適なリスク選択戦略が一意に決定するが，これは３次の順次性では存在しない特別なケースであることが分かる．また，我々の定式化の工夫によって，３次の分析をエージェントシミュレーションを用いて行うことができる．

もう一つは，彼らのモデルは，突然変異といった戦略の学習過程に関する自由度を持たないため，現実の説明力が貧弱である点である．競争環境にある主体には，常に新規参入の脅威や学習による戦略の変更といった適応的なプロセスが存在する．そのため，そのような現象を考慮するために，適応過程における戦略の可変性は確保しておく必要がある．我々は，このような環境下における分析も試みた．

このような数学的に厳密な定式化とシミュレーションを行うことで，種々の興味深い知見を導出することができる．このことによって，我々はプロスペクト理論を含み，さらにそこではまだ論じられていない，より豊

かな理論仮説を提供することができる．

3 リスク選択ゲームの定義

基本モデルを開発するために三つの主要な概念について説明する必要がある．まずα-くじ を定義する．α-くじ とは 0.5 の確率でαを得るか，同じ確率でαを支払うかというくじである．定義から明らかなように，このくじは期待値が0で，αの大きさがリスクの大きさを表している．当然ながらαは非負とし，また 0-くじ とは確率 1 で0を得るくじを意味するものとする．この定義によって，[6] [7] と異なり，リスクの度合いが無限に異なるくじを扱うことができ，リスク選択に関する一般的な議論を可能にする．次に，順次性を定義する．ここで「順次」とは，プレイヤーはそれまで行ったくじの結果を知ってから，次のくじにおけるリスクの程度を選択することができるという意味である．順次性の導入によってα-くじは興味深い知見を持つことになる．最後に，利得が結果に及ぼす影響について定義する．リスク選択は意思決定主体が個人で行うゲームのため，あらかじめ与えられた回数のくじを引いた後で得られる得点が結果の源泉となる．得点に比例して結果を得ることができると，全てのくじの期待値が一定のため，リスク選択の多様性が結果に反映しない．そこで，本稿では，プレイをした2人がそれぞれ得点を比較し，得点の大きい方のプレイヤーが結果の全ての果実を受け取る総取り型について考察する．

これらの概念を厳密に表現するためにいくつかの記法を導入する．まず，ゲームの得点に関する記法として期待値ベクトル $v = (x_1, p_1; \cdots; x_n, p_n)$ を定義する．v はそれぞれ確率 p_i で x_i を得ることを意味する．当然 $\sum_i p_i = 1$ である．さらに，収入は昇順に並べる，すなわち $x_1 < x_2 < \cdots < x_n$ であるものとする．この記法を用いるとα-くじを1回だけ行うゲームの期待値ベクトルは $(-\alpha, 0.5; \alpha, 0.5)$ となる．次に，単純化のためくじの種類を制限する．本研究の主要な関心はリスクの程度に関する選択行動が適応的にどのようになるかを分析することであるが，そのもっとも単純なケースはリスクの有無の比較である．そのため，本稿では 0-くじ と 1-くじのみを対象とし，それぞれのプレイヤーが独立に n 回のくじを順次的に選択するゲームを扱うこととしたい．ここでは，これを n 次ゲームと呼ぶことにする．ここで第 i くじで選択するαを α_i と表記する．次に，順次性を導入するため第 n 回目のくじの結果としてαを得る場合を $h_n = W$，αを支払う場合を $h_n = L$ と表現し，第 $n+1$ 回目のくじの選択をそれまでのくじの結果の履歴 $H_n = (h_1 h_2 ... h_n)$ を用いて決定できることを表現できるようにしよう．すなわち $i > 1$ のときの α_i は $\alpha_i = \alpha_i(H_{i-1})$ となる．

最後に，戦略の表現を行う．α_i は 0 か 1 であるから，くじの表現をビットで対応できる．第 $n+1$ くじは履歴 H_n で決定するので 2^n 通りの戦略がある．これを順にビットで表現しよう．例えば $H_2 = (WW)$ であるとき $\alpha_3 = a$, $H_2 = (WL)$ なら $\alpha_3 = b$, $H_2 = (LW)$ なら $\alpha_3 = c$, そして $H_2 = (LL)$ なら $\alpha_3 = d$ とすると，第 3 くじの戦略を $abcd$ と表現するものとする．これを第 1 くじの戦略から順にならべたものをゲームの戦略表現とする．ただし 0-くじを選択するとその回のゲームの勝敗がなくなるので（確率1で0なので），この場合は勝利した方のみを記述し，負けた方の戦略は $-$ と記述することにする．この表記に従うと n 次ゲームは $2^n - 1$ ビットで表現できる．3 次ゲームにおいて戦略表現が $1010-11$ となる戦略を例に説明しよう．1 ビット目は第 1 くじの戦略を表し，この場合は 1-くじを選択することを意味する．次に第 2 ビットと第 3 ビットが第 2 くじの戦略を表す．この例では，第 1 くじで得点が 1 であった場合は第 2 くじとして 0-くじを選び (第 2 ビットが 0 なので)，第 1 くじで得点が -1 であった場合は第 2 くじとして 1-くじを選ぶ (第 3 ビットが 1 なので)．第 3 くじの戦略は第 4 ビットから第 7 ビットで表現される．この場合は，第 1 くじで利得を得た場合は第 3 くじは 0-くじを採用し (第 4 ビットと第 5 ビット)，そうでない場合は，第 2 くじの利得の有無にかかわらず第 3 くじは 1-くじを採用する (第 6 ビットが第 2 くじで利得を得た場合の戦略で，第

表1　2次ゲームにおける全戦略とその期待値ベクトル

戦略	戦略表現	α_1	α_2	期待値ベクトル
s_0	00−	0	0	$(0, 1)$
s_2	01−	0	1	$(-1, 0.5; 1, 0.5)$
s_4	100	1	0	$(-1, 0.5; 1, 0.5)$
s_7	111	1	1	$(-2, 0.25; 0, 0.5; 2, 0.25)$
s_5	101	1	$h_1 = W$ なら 0, $h_1 = L$ なら 1	$(-2, 0.25; 0, 0.25; 1, 0.5)$
s_6	110	1	$h_1 = W$ なら 1, $h_1 = L$ なら 0	$(-1, 0.5; 0, 0.25; 2, 0.25)$

7 ビットが損失を出した場合の戦略でともに 1 なので) という意味である．

この表記によって n 次ゲームの戦略表現が厳密に定義できた．また戦略表現のうち $-$ を 0 で置き換えると戦略表現はビット列となるので，これを 2 進数とみなして 10 進表記したものを戦略番号とよび，戦略番号が i の戦略を s_i と呼ぶ．n 次ゲームであることを強調するときは s_i^n と表記する．先述の戦略表現は s_{83}^3 と表記できる．n 次ゲームの全ての戦略の戦略番号 x は $0 \leq x \leq 2^{2^n-1} - 1$ となる．表 1 に 2 次ゲームにおける全てのリスク選択の戦略を記述するので確認されたい．

簡単な証明により以下の定理が導出できる．

定理 n 次ゲームの全戦略の総数 k_n は以下の漸化式を満たす．

$$k_1 = 2, \quad k_{n+1} = k_n + {k_n}^2$$

(証明) k_1 は自明．$n+1$ 次ゲームの全ての戦略を，$\alpha_1^{n+1} = 0$ となる戦略と $\alpha_1^{n+1} = 1$ となる戦略に分解する．前者は n 次ゲームの各戦略 α_i^n を用いて $H_{n+1} = (0\alpha_i^n)$ と一対一に対応できるから戦略の総数は k_n である．また，後者は $h_1 = W$ の時の戦略の一つと $h_1 = L$ の時の戦略の一つの組み合わせで定義できるが，それぞれはやはり n 次ゲームの各戦略の全てを第 2 くじ以降の戦略として一対一に対応づけられる．よって，$\alpha_1^{n+1} = 1$ となる戦略の総数は ${k_n}^2$ となる．(証明終)

数列 $\{k_n\}$ は $n > 1$ において数列 $b_1 = 2, \quad b_{n+1} = {b_n}^2$ よりも大きいので，$k_n \geq 2^{2^{n-1}}$ となる．これは指数関数よりも速いスピードで増加することを意味する．

次に，戦略の比較を行う記法を定義する．総取り型でリスク選択ゲームを行う場合，最終的に得られた得点の大小で勝敗がきまる．そのため，２つの戦略 s_i, s_j の比較はそれらの期待値ベクトル v^i, v^j で計算できる．ここで勝利確率 a_{ij} を戦略 s_i でゲームをした時の得点が戦略 s_j での得点を上回る確率と定義すると，$a_{ij} = \sum_{x_l^i > x_m^j} p_l^i p_m^j$ である．ここで引き分ける場合があるので $a_{ij} + a_{ji} \leq 1$ であることに注意されたい．表 2 に 2 次ゲームにおける a_{ij} を列挙するので確認されたい．

これを用いて以下の記法を定義する．$a_{ij} > a_{ji}$ であるとき，戦略 s_i は戦略 s_j に優位であるといい $s_i \succ s_j$ と書く．同様に $a_{ij} = a_{ji}$ であるとき，戦略 s_i と戦略 s_j は同等であるといい $s_i \sim s_j$ と書く．この新たな記法は一般に推移律を満たさない，すなわち $s_i \succ s_j, \quad s_j \succ s_k$ であっても $s_i \succ s_k$ とは限らない．これは例えば，$s_{83}^3 \succ s_{89}^3, \quad s_{89}^3 \succ s_{113}^3$ であるが，$s_{83}^3 \prec s_{113}^3$ であることから確認できる．また s_i が優位する戦略の集合を $P(s_i)$，同等となる戦略の集合を $I(s_i)$，劣位する（優位でも同等でもない）戦略の集合を $U(s_i)$ とする．

表 2　2 次ゲームにおける勝利確率 a_{ij}

	$j=0$	2	4	5	6	7
$i=0$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{16}$
6	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{8}$
7	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{4}$

表 3　エージェントシミュレーションにおけるパラメータ

試行回数	1000
各戦略の初期人口	100
対戦相手のマッチング	ランダム
適応ルール	勝者の戦略をコピー
引き分け時の処理	コピーしない

すなわち，$P(s_i)=\{s_j|s_i \succ s_j\}$，$I(s_i)=\{s_j|s_i \sim s_j\}$，$U(s_i)=\{s_j|s_i \prec s_j\}$ である．P, I, U は互いに排反であり，n 次ゲームの全ての戦略の集合 K_n に対して，常に $P \cup I \cup U = K_n$ が成り立つ．

ところで順次性を導入すると，結果の履歴によって場合分けする戦略を新たに定義することができることは表 1, 2 において戦略 s_5^2 と s_6^2 を考えることで理解できる．さて，対戦型のゲームにおいて順次性を導入しないと期待値ベクトルが非対称となるような戦略を作れないため，全ての戦略が同等となってしまい，戦略間の優劣が存在しない．例えば，2 次ゲームにおいては $I, J \in \{s_0, s_2, s_4, s_7\}$ なる任意の I, J について $I \sim J$ である．すなわち，総取り型の場合，順次性の導入が戦略の優劣を発生させる源泉となっている．2 次ゲームにおいては戦略 s_5 が，$U(s_5)=\emptyset$，すなわち全ての戦略に優位であるか同等である（$P(s_5)=\{s_0, s_6, s_7\}$，$I(s_5)=\{s_2, s_4, s_5\}$）ため，適応的には s_5 が優れた戦略であることが分かる．

2 次ゲームは優れた戦略を解析的に求めることができるが 3 次ゲームになると困難になる．3 次ゲームの戦略の総数は $k_3=42$ であるが，これらの戦略の中で全ての戦略に優位であるか同等であるような戦略は存在しない，すなわち全ての i について $U(s_i) \neq \emptyset$ であるために，どのような戦略が適応的であるかは別の分析手段が求められる．

4　シミュレーションによる適応的リスク選択行動の発見

3 次ゲームを分析するために，表 3 のようにパラメータをセットした条件でエージェントシミュレーションを行う．なお全てのシミュレーション結果は，全試行の平均を表示するものとする．また全試行の平均人口が 1.0 を下回ることをもって絶滅と定義する．

はじめに，戦略の存在比の時系列結果を観察する．図 1 は 2 次ゲームにおける推移を表している．この場合 $k_2=6$ なのでエージェント数は 600 となる．前節の解析通り，戦略 s_5 が適応し，戦略 s_2, s_4

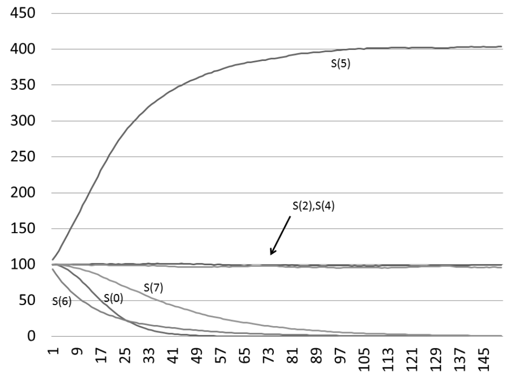


図 1　2 次ゲームにおける各戦略人口の推移

表 4　絶滅戦略の全試行における絶滅期のばらつき

戦略	平均	中央	標準偏差	最小	最大
s_0	40.4	39	10.0	16	111
s_6	56.8	50.5	27.2	13	203
s_7	87.9	82	37.2	27	391

は全ての戦略と同等，すなわち $I(s_2) = I(s_4) = K_2$ なので基本的に増減が生じない．逆に s_0, s_6, s_7 は $P(s_0) = P(s_6) = P(s_7) = \emptyset$，すなわち全ての戦略に劣位であるか同等であるので，平均的にはこの順に絶滅する．ただし，表 4 から明らかなように，乱数種によってばらつきがあるため，絶滅の順番が異なるケースもあるが，中央値や最大値，標準偏差の各指標は整合的であり，全試行での絶滅を確認できる．

3 次ゲームは 42 戦略が対象となり集団数は 4200 となる．この場合は，時系列の推移によって多くの戦略が絶滅し，$t = 500$ 期以降でも絶滅していない戦略は表 5 で示す 8 種類のみとなるので，これらをパーシステンス戦略と呼ぶ．図 2 はパーシステンス戦略の人口推移である．乱数種のばらつきによる影響を確認するために，全試行における $t = 1000$ 期の各戦略の人口分布を表 6 にまとめた．それによると，パーシステンス戦略であっても乱数種の影響で絶滅することがあることが分かるが，非パーシステンス戦略のうち最も絶滅しない戦略 s_{74} の絶滅率 99.8% と比較すると，明らかに区別できる．

図 2 によれば，最初に戦略 s_{83} がトップシェアを獲得し，次いで戦略 s_{119} が集団の半数を占めるまで成長する．しかし，200 期から 300 期程度の間に大きく構成が変化する．最終的には戦略 $s_{83}, s_{91}, s_{115}, s_{117}$ がトップのシェアを獲得することが観察される．表 6 は戦略別の最大人口とその時期についてまとめてあるが，乱数種のばらつきの影響は大きいといえるものの，最大人口が平均，中央値ともに 1500(35.7%) を超える戦略は s_{83} と s_{119} のみであり，その時期も s_{83} の方が早いことが確認できる．

最後に適応時に突然変異を導入する．本稿では単純化のため，突然変異は遺伝子レベルではなく個体レベルで生じるものとする．具体的には適応後に，集団のうち 1% をランダムに選択し，一様乱数に従って他の戦略に置き換えるものとする．

図 3 は図 2 のシミュレーションに突然変異を導入したバージョンである．突然変異なし（図 2）と比較すると，初期の世代において集団の半数を占めることのできた戦略 (s_{119}) は，終盤の世代までそのアドバンテー

表 5　3 次ゲームにおいて $t = 500$ 期に絶滅していない戦略（パーシステンス種）

戦略	戦略表現	期待値ベクトル
s_{81}	$1010-01$	$(-3, 0.125; -1, 0.125; 0, 0.25; 1, 0.5)$
s_{83}	$1010-11$	$(-3, 0.125; -1, 0.25; 1, 0.625)$
s_{89}	$1011-01$	$(-3, 0.125; -1, 0.125; 0, 0.5; 2, 0.25)$
s_{113}	1110001	$(-3, 0.125; -1, 0.125; 0, 0.5; 2, 0.25)$
s_{91}	$1011-11$	$(-3, 0.125; -1, 0.25; 0, 0.25; 1, 0.125; 2, 0.25)$
s_{115}	1110011	$(-3, 0.125; -1, 0.25; 0, 0.25; 1, 0.125; 2, 0.25)$
s_{117}	1110101	$(-3, 0.125; -1, 0.25; 0, 0.25; 1, 0.125; 2, 0.25)$
s_{119}	1110111	$(-3, 0.125; -1, 0.25; 1, 0.625)$

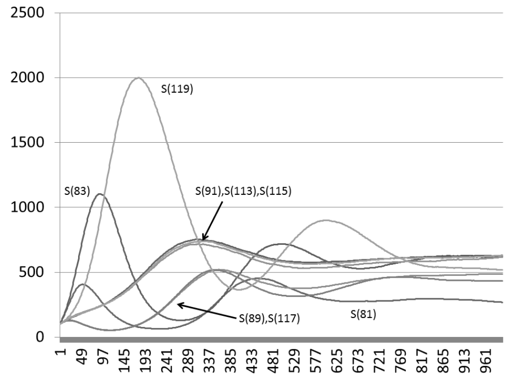


図 2　3 次ゲームにおけるパーシステンス戦略の人口推移

ジを維持し続けていることが分かる．それと比べ突然変異のない環境では最終的にトップシェアを獲得する戦略群は，突然変異のある環境では日の目を見ない．また表 7 によれば，突然変異を導入しないバージョンに比べ，乱数種によるばらつきが少なく，結果の頑健性が高いといえる．すなわち，ミュータントの存在は，直観に反しパーシステンス戦略の存在比を一定に保ち，系を安定化させる効果を持っていることがわかる．

5　議論

リスク選択行動に優劣が存在するには，期待値ベクトルが非対称とならなければならない．我々は，総取り型のリスク選択ゲームにおいて期待値ベクトルが非対称となるパターンを作るには，順次性の導入が必要条件であることを明らかにした．これはシミュレーション分析だけでは導出しえない知見である．さらに，2 次ゲームの数理解析から，はじめにリスクを取ったくじで成功した場合は次のくじはリスクを取らず，そうでない場合は次のくじでもリスクを取ったくじを選択するという戦略が優位であるという，この種のゲームにおける基本的な原則を明らかにした．これはすでに獲得した利得を手放すことを忌避する損失回避効果 [2] や保有効果 [3] とみなすことができるためプロスペクト理論と整合的である．

しかし，2 次ゲームでは戦略空間が狭いため，全てに優位か同等となる戦略 s_5 が存在してしまい，現実のリ

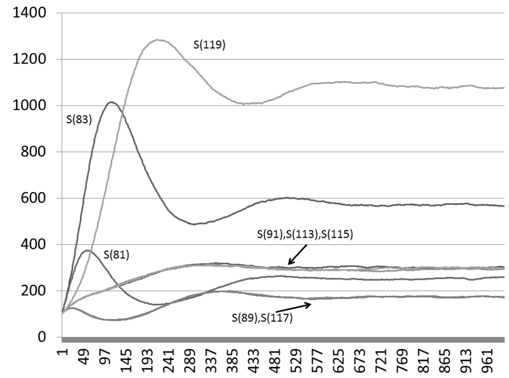


図 3　突然変異が導入された 3 次ゲームにおけるパーシステンス戦略の人口推移

表 6　3 次ゲームの全試行におけるばらつき

戦略	絶滅しない試行数	最大人口 (平均)	最大人口 (中央)	最大人口 (標準偏差)	その時の期 (平均)	その時の期 (中央)
s_{44}	1	127	120	33.2	18	8
s_{74}	2	127	121	32.7	16	8
s_{81}	230	1179	584	1116.5	275	65
s_{83}	385	1984	1695	1001.2	379	133
s_{89}	243	1089	271	1297.4	296	224
s_{91}	570	1264	1068	946.1	456	353
s_{98}	1	126	120	30.5	17	8
s_{112}	1	128	120	38.3	15	8
s_{113}	248	1062	269	1237.1	289	145
s_{115}	554	1229	1006	940.2	456	345
s_{117}	569	1243	1029	958.3	458	352
s_{119}	458	2525	2477	670.8	407	211

注) 掲載していない戦略は全試行で絶滅している．

スク選択に関する豊富な知見を提供するには単純すぎる．3 次ゲームにはそのような戦略は存在せず，42 戦略が俎上に乗るので細かな違いを検討できる．シミュレーション結果からいくつかの有益な知見を導出できる．

まず，2 次ゲームから導出した知見は 3 次ゲームにおいても保持されている．すなわちパーシステンス戦略は，ゲームの初期においては，リスクを取り，くじに成功したら失敗するよりも保守的になるという特徴を有している．しかし，同じ性質を持つ戦略でも，s_{80} のようにパーシステンス戦略にならないものもあれば，s_{89} のように以前のくじで成功した時にリスクくじを採用し，そうではないときは安全くじを採用する戦略であってもパーシステンス戦略となるものも存在する．これは，2 次ゲームの分析だけでは判断できない点であり，優位な戦略がもつ性質の特定には，より繊細な議論が必要であることを示している．

表 7　突然変異が導入された 3 次ゲームの全試行における $t = 1000$ 期のパーシステンス戦略の人口のばらつき

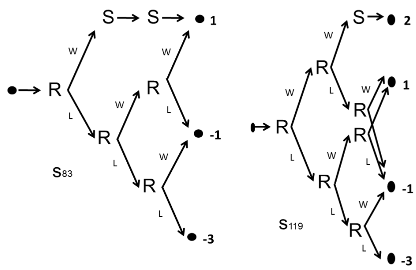
戦略	平均	中央	標準偏差	最小	最大
s_{81}	259	230	163.0	13	906
s_{83}	565	541	238.5	98	1687
s_{89}	171	152	108.4	3	779
s_{91}	303	283	170.6	5	1238
s_{113}	174	150	112.8	11	766
s_{115}	294	264	163.2	5	938
s_{117}	298	260	172.7	9	1107
s_{119}	1076	1066	274.7	266	1942

パーシステンス戦略は，他の戦略と比べなぜその地位を保つことができるのか．この問いは，これらの戦略が他の戦略に対して持つ相対的な優位性と，これらの戦略間の微妙な力関係が作用している．特に重要となる戦略 s_{83} と s_{119} そして s_{91}, s_{115}, s_{117} に焦点を当てるので，それぞれ戦略A，B，C群として議論する．C群は3つの戦略からなるが，期待値ベクトルが全て同じため，基本的には同じ挙動をするのでまとめて議論する．

はじめに主要な役割を演じるのは戦略AとBである．突然変異の有無にかかわらず，Aがまず市場を席巻する．これは，期待値ベクトルから分かるように，Aの期待値が0を超える確率が 0.625 と高く，多くの戦略に勝利することができるからである．事実，$U(A) = \{B, s_{118}\}$，　$I(A) = \{A, C\}$，すなわちAが劣位となる戦略はBと s_{118} のみであり，かつ，Aと同等の戦略はC群のみであり，その他の戦略はAが優位となっている．その結果，多くの戦略が絶滅する．しかし物語はここで終わらない．戦略Aが市場を淘汰すると，Aに優位である，よりリスキーな戦略Bが一気にチャンピオンに上り詰める．Bは，$\#U(B) = 5$，　$\#I(B) = 11$，すなわちそれ自体は多くの戦略に劣位であったり同等であったりするが，Aが多くの戦略を絶滅させたため，淘汰を免れた一部の戦略の中では頭角を現すことができたのである．

この後のシナリオは，突然変異の有無によって異なる．突然変異がある環境では，常にミュータントが侵入するが，これらはAによって淘汰されるため，Aの存在比は高止まりする．このことは，Aに優位となる戦略Bの地位を維持する効果を持ち，Bが覇者のまま系が安定する．しかし，突然変異が導入されないと，次にC群が覇権を握る．C群はBに優位し，Aと同等である唯一の戦略であるため，Bが多数派を占めるときに強力な力を発揮する．興味深いのは，これらの戦略の戦いの影で，パーシステンス戦略とならなかった残りの全ての戦略が，Aが常に一定数存在するために，絶滅に追い込まれることである．最終的に，パーシステンス戦略の間でパワーバランスが成立し，複数の戦略が共存する状態に落ち着く．ところで，突然変異のある環境下では，Bが多数派を占めて安定した後に，なぜC群は力を発揮できないのだろうか．答えは複雑な説明を要求する．C群に優位となる戦略にはパーシステンス戦略の s_{81}, s_{89}, s_{113} が含まれる．これらをD群と呼ぼう．実はC群が覇権を握るには，Bが多数派となり，かつ，D群が少数派であるという条件が成立していなければならない．ところが，突然変異が存在すると，常に存在するミュータントがD群の餌となるため，Bが多数派となってもD群の存在によって，C群は勢力を伸ばすことができないのである．

これらの洞察から，3 次ゲームにおいては，複数の比較的優位な戦略群のパワーバランスが働き，パーシステンス戦略の共存が成立することが分かる．さらに，そのバランスは突然変異の有無によって異なっている．これは 2 次ゲームの単純な戦略空間には現れない興味深い現象といえる．特に突然変異がない環境では， 8



S は安全くじ (0-くじ)，R はリスクくじ (1-くじ) を示す

図 4　A(s_{83}) と B(s_{119}) の展開図

種類あるパーシステンス戦略が，それぞれの力関係に基づく微妙な生態を演じる．突然変異が導入されると，常に侵入するミュータントがそれらの関係を変化させ，直観に反し系を安定化させる．

また，パーシステンス戦略の中でも興味深い役割を持つものが存在していることが分かる．特にAとBが重要である．図 4 の展開図から明らかなように，Aは，リスクの程度がやや高いが勝利した場合は保守的になる特徴を有しており，無数の戦略の多くを淘汰させ，系の秩序を形成する働きを持つ．一方，Bは，かなり高いリスクを有している戦略であり，無数の戦略が群雄割拠している間は頭角を現すことができないが，秩序形成の後は，限られた戦略群の中で市場を席巻する力を持っている．そこで前者を秩序形成型戦略と，後者を最終適応型戦略と呼ぶ．これらの戦略の存在は，リスク選択行動に関して，新たな理論仮説を提供することができる．

6　おわりに

我々は，プロスペクト理論をはじめとする人間の非合理的行動に対する記述モデルの発生メカニズムを，総取り型で順次性のあるリスク選択ゲームの数理解析とシミュレーションによって分析した．この手法によって，リスク選択行動がなぜ生じるのかに関するメカニズムを説明することができる．分析の結果，既存理論の知見と整合するのみならず，順次性がリスク選択行動に優劣をもたらす必要条件であることや，少数の戦略が適応的であること，それらの戦略が共存して安定すること，さらには突然変異の有無で戦略のパワーバランスが変化し，ミュータントが侵入する方が系が安定化することといった，新たな知見を得ることに成功した．これらは行動経済学のみならず，生態学，社会学，消費者行動論などにも理論仮説として提供しうる知見であり，実験，あるいは観察などによる追試が期待される．特に，適応的なリスク行動戦略として，新たに秩序形成型と最終適応型という二類型を示したが，これらの戦略類型は，実証的にも，理論的にも興味深い．

モデルと現実社会との対応に関する詳細な検討も今後の課題になるであろう．順次性という制約や総取りといった結果のルールは我々の社会に根深く存在する．すなわち，順次性のあるリスク選択行動の適応過程を議論することは，多くの適用領域を持っていると思われ，このような事象を説明するための基本的なメカニズムについて本研究は貢献をするはずである．

この研究は抽象性の高い分析のため，モデルは注意深く拡張される必要があるだろう．α-くじとして２種類のみを取り扱ったが，この点の拡張は検討に値する．我々が４種類のモデルと８種類のモデルで 2 次ゲームを予備的に分析したところ，やはり前半はリスキーで勝利したら保守的となる戦略が優位である結果を得た．

しかし，このような拡張ではαを連続的にはできない．連続化には違うアプローチが必要となる．

一つは，順次性の導入がモデルの本質的な要件ではないことに着目することで得られるかもしれない．期待値ベクトルが同じ戦略は同じ挙動をする．すなわち，検討すべき点は期待値ベクトルのみであって，それがどのような順次的戦略から生じたかは本質的ではない．つまり，期待値が0である任意の期待値ベクトルを確率密度関数として表現するようなワンショットのリスクゲームを解析してパーシステント戦略を見つけだすことができれば良い．もちろん，この現実的な解釈や，順次性を維持するためにそれがどの順次的戦略から導出できる期待値ベクトルであるかを計算する必要はある．

もう一つは，より高度な数学モデルに修正するアプローチがある．本モデルは巧妙な工夫によってリプリケータ・ダイナミクスとして記述できる．進化ゲーム理論の知見を援用することで，より頑健な結果の説明が可能となるであろう．このアプローチは n が増えるに従って急速に計算量が増えるという制約を持つ本モデルに対して，新たな方法論を提供するかもしれない．

本モデルは囚人のジレンマモデルが高い抽象性ゆえに多くの適用範囲を有していたことと比較できるかもしれない．我々は本稿において，極めて高い抽象性を持つリスク選択行動を扱い，いくつかの基本的な適用に関するアイディアを議論した．これは行動経済学のみならず，生態学，社会学，消費者行動論など，多くの豊富な適用領域を持っていることが予想され，今後の発展が期待される．

参考文献

[1] E. Diecidue, and J.V.D. Ven, "Aspiration level, probability of success and failure, and expected utility", International Economic Review, vol.49, no.2, pp.683–700, 2008.

[2] D. Kahneman, and A. Tversky, "Prospect theory: An analysis of decisions under risk", Econometrica, vol.47, pp.313–327, 1979.

[3] D. Kahneman, and A. Tversky, "Choices, Values, and Frames", Cambridge U.P, 2000.

[4] J.W. Payne, "It is whether you win or lose: The importance of the overall probabilities of winning or losing in risky choice", Journal of Risk and Uncertainty, vol.30, pp.5–19, 2005.

[5] M. Rabin, "Risk aversion and Expected-Utility theory: A calibration theorem", Econometrica, vol.68, no.5, pp.1281–1292, 2000.

[6] P. Roos and D. S. Nau, "Risk preference and sequential choice in evolutionary games", Advances in Complex Systems, vol.13, no.4, pp.559–578, 2010.

[7] P. Roos, J. R. Carr, and D. S. Nau, "Evolution of state-dependent risk preferences", ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology (TIST), vol.1, no.1, pp.6:1–6:21, 2010.

[8] K. Shampanier, N. Mazar, and D. Ariely, "Zero as a Special Price: The True Value of Free Products", Marketing Science, vol.26, no.6, pp.742–757, 2007.

[9] M. Zeelenberg, J. Beattie, J. van del Pligt, and N.K. de Vries, "Consequences of regret aversion: Effects of expected feedback on risky decision making", Organizational Behavior and Human Decision Processes, vol.65, pp.148–158, 1996.